GÉNÉRALITÉS SUR LES SUITES

I- Définition et représentation graphique

1) Définition d'une suite

Exemple d'introduction :

On considère une liste de nombres formée par tous les nombres impairs rangés dans l'ordre croissant : 1, 3, 5, 7, …

On note (u_n) l'ensemble des "éléments" de cette suite de nombres tel que :

$u_0 = 1$: le premier terme de la suite

$u_1 = 3$: le 2e terme

$u_2 = 5$: le 3e terme

$u_3 = 7$ …

On a ainsi défini une suite numérique.

Définitions :

- Une **suite** (u_n) est une liste ordonnée de nombres telle qu'à tout entier n, on associe un nombre réel noté u_n.
- u_0, u_1, u_2, … sont appelés les **termes** de la suite.
- n est appelé le **rang**.

Remarque :

Une suite peut être associée à une fonction définie par $u : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$

$$n \longmapsto u(n) = u_n$$

2) Suites définies en fonction de n (forme explicite)

3) Suites définies par récurrence

Chaque terme de la suite s'obtient à partir du terme précédent.
On exprime en général u_{n+1} en fonction de u_n. En effet, les termes u_n et u_{n+1} se suivent.
Par exemple, u_5 et $u_{5+1} = u_6$ se suivent.

Remarque : Contrairement à une suite définie en fonction de n, il n'est par exemple pas possible de calculer u_{13} sans connaître u_{12} pour une suite définie par récurrence.

Le mot *récurrence* vient du latin *recurrere* qui signifie "revenir en arrière".

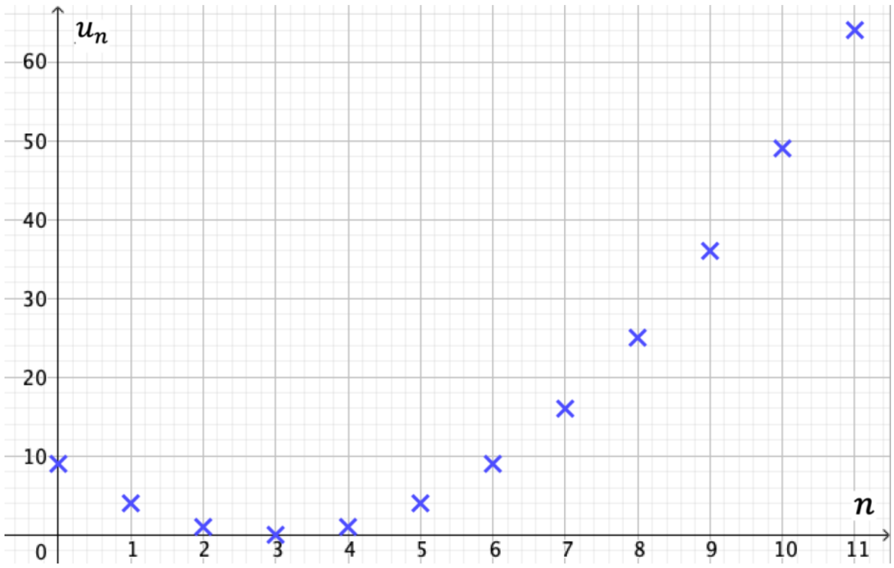
Cependant, il est possible d'écrire un algorithme avec Python calculant les termes successifs d'une suite définie par récurrence.

4) Représentation graphique d'une suite

II- Sens de variation d'une suite numérique

<u>Exemple :</u>

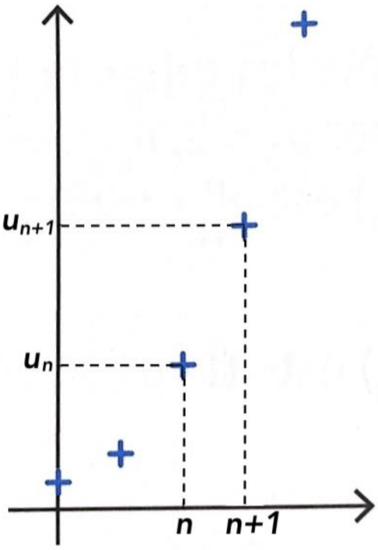
On a représenté ci-dessous le nuage de points des premiers termes d'une suite (u_n) :

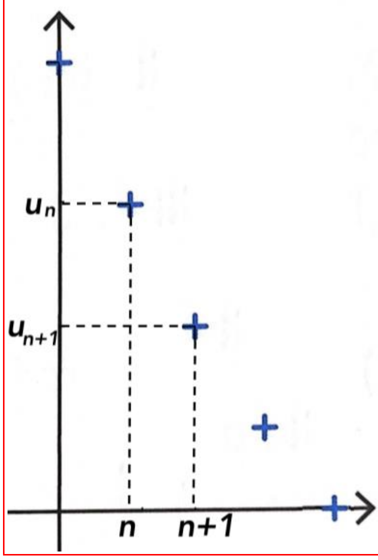


On observe graphiquement que cette suite est croissante à partir du rang $n = 3$.

Définitions :

- La suite (u_n) est **croissante à partir d'un certain rang** signifie que $u_{n+1} \geq u_n$ à partir de ce rang.
- La suite (u_n) est **décroissante à partir d'un certain rang** signifie que $u_{n+1} \leq u_n$ à partir de ce rang.





Remarques :

- Pour une suite constante, on a $u_{n+1} = u_n$
- Lorsqu'on a $u_{n+1} > u_n$, on dit que (u_n) est strictement croissante.
- Lorsqu'on a $u_{n+1} < u_n$, on dit que (u_n) est strictement décroissante.

III- Notion de limite d'une suite

Exemple :

Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, on donne : $u_n = \frac{2n+1}{n}$.

On construit le tableau de valeurs avec des termes de la suite de plus en plus grands :

n	1	2	3	4	5	10	15	50	500
u_n	3	2,5	2,333	2,25	2,2	2,1	2,067	2,02	2,002

Plus n devient grand, plus les termes de la suite semblent se rapprocher de 2.
On dit que la suite (u_n) converge vers 2.

Notation : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 2$.
On lit : la limite de u_n lorsque n tend vers $+\infty$ est égale à 2.

Définitions :
- Une **suite convergente** possède des termes qui se rapprochent d'une valeur, appelée limite, lorsque n devient de plus en plus grand.
- Une suite qui n'est pas convergente est **divergente.**