

Résoudre une inéquation du second degré

Résoudre les inéquations : a) $x^2 - 2x - 15 < 0$

b) $x^2 + 3x - 5 < -x + 2$

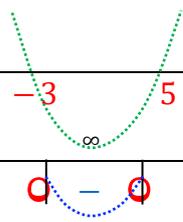
Correction

a) Le discriminant de $x^2 - 2x - 15$ est $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-15) = 64$ et ses racines sont :

$$x_1 = \frac{2 - \sqrt{64}}{2 \times 1} = -3 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{2 + \sqrt{64}}{2 \times 1} = 5$$

$$a = 1 > 0$$

On obtient le tableau de signes :



| | | | | | |
|-----------------|-----------|------|-----|-----|-----|
| x | $-\infty$ | -3 | 5 | $+$ | |
| $x^2 - 2x - 15$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |

On lit dans le tableau de signes que $x^2 - 2x - 15 < 0$ pour $-3 < x < 5$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 - 2x - 15 < 0$ est donc $S =]-3; 5[$.

b) On commence par rassembler tous les termes dans le membre de gauche afin de pouvoir étudier le signe d'un trinôme :

$$x^2 + 3x - 5 < -x + 2$$

$$x^2 + 3x - 5 + x - 2 < 0$$

$$x^2 + 4x - 7 < 0.$$

Le discriminant de $x^2 + 4x - 7$ est $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 44$ et ses racines sont :

$$x_1 = \frac{-4 - \sqrt{44}}{2 \times 1} = \frac{-4 - 2\sqrt{11}}{2} = -2 - \sqrt{11} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4 + \sqrt{44}}{2 \times 1} = -2 + \sqrt{11}$$

On obtient le tableau de signes :

| | | | | | |
|--------|-----------|------------------|------------------|-----------|---|
| x | $-\infty$ | $-2 - \sqrt{11}$ | $-2 + \sqrt{11}$ | $+\infty$ | |
| $f(x)$ | + | 0 | - | 0 | + |

On lit dans le tableau de signes que $x^2 + 4x - 7 < 0$ pour $-2 - \sqrt{11} < x < -2 + \sqrt{11}$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 + 3x - 5 < -x + 2$ est donc :

$$S =]-2 - \sqrt{11}; -2 + \sqrt{11}[.$$