Résoudre une inéquation du second degré

Résoudre les inéquations : a) $x^2 - 2x - 15 < 0$

b) $x^2 + 3x - 5 < -x + 2$

Correction

a) Le discriminant de $x^2 - 2x - 15$ est $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-15) = 64$ et ses racines sont :

$x_1 = \frac{2-\sqrt{64}}{2\times1} = -3$ et $x_2 = \frac{2+\sqrt{64}}{2\times1} = 5$

$a = 1 > 0$

On obtient le tableau de signes :

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$x^2 - 2x - 15$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On lit dans le tableau de signes que $x^2 - 2x - 15 < 0$ pour $-3 < x < 5$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 - 2x - 15 < 0$ est donc $S =]-3\,;5[$.

b) On commence par rassembler tous les termes dans le membre de gauche afin de pouvoir étudier le signe d'un trinôme :

$x^2 + 3x - 5 < -x + 2$

$x^2 + 3x - 5 + x - 2 < 0$
$x^2 + 4x - 7 < 0$.

Le discriminant de $x^2 + 4x - 7$ est $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 44$ et ses racines sont :

$x_1 = \frac{-4-\sqrt{44}}{2\times1} = \frac{-4-2\sqrt{11}}{2} = -2 - \sqrt{11}$ et $x_2 = \frac{-4+\sqrt{44}}{2\times1} = -2 + \sqrt{11}$

On obtient le tableau de signes :

x	$-\infty$		$-2-\sqrt{11}$		$-2+\sqrt{11}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

On lit dans le tableau de signes que $x^2 + 4x - 7 < 0$ pour $-2 - \sqrt{11} < x < -2 + \sqrt{11}$.
L'ensemble des solutions de l'inéquation $x^2 + 3x - 5 < -x + 2$ est donc :
$S =]-2 - \sqrt{11}\ ;\ -2 + \sqrt{11}[$.