Étudier les variations d'une fonction polynôme du second degré

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 8x + 1$.

a) Calculer la fonction dérivée f' de f.

b) Déterminer le signe de f' en fonction de x.

c) Dresser le tableau de variations de f.

Correction

a) $f'(x) = 2 \times 2x - 8 = 4x - 8$.

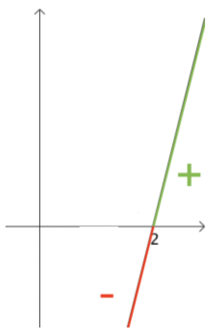
b) <u>Étude du signe de la dérivée :</u>

On commence par résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

Soit : $4x - 8 = 0$

$$4x = 8$$

$$x = \frac{8}{4} = 2.$$



La fonction f' est une fonction affine représentée par une droite dont le coefficient directeur 4 est positif. Donc f' est croissante. Elle est donc d'abord négative (avant $x = 2$) puis positive (après $x = 2$).

c) On dresse le tableau de variations en appliquant le théorème :

x	$-\infty$ $+\infty$		2
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$		$\nearrow$ -7

$f(2) = 2 \times 2^2 - 8 \times 2 + 1 = -7.$