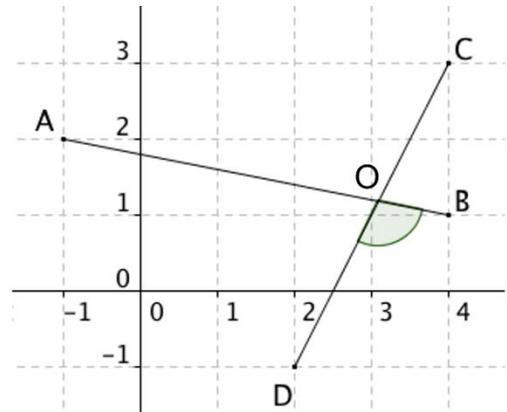


Appliquer plusieurs formules du produit scalaire

Calculer la mesure de l'angle \widehat{BOD} en calculant le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ de deux façons.

On pourra lire les coordonnées des points A , B , C et D dans le repère ci-contre.



Correction

- En calculant le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ avec la formule du cosinus, on a :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = AB \times CD \times \cos(\widehat{BOD})$$

$$\text{Or : } AB = \sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26}$$

$$CD = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc : } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} &= \sqrt{26} \times \sqrt{20} \times \cos(\widehat{BOD}) \\ &= \sqrt{520} \times \cos(\widehat{BOD}) \end{aligned}$$

- En calculant le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ avec la formule des coordonnées, on a :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}, \text{ donc :}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 5 \times (-2) + (-1) \times (-4) = -6$$

- On a ainsi : $\sqrt{520} \times \cos(\widehat{BOD}) = -6$

$$\cos(\widehat{BOD}) = -\frac{6}{\sqrt{520}} = -\frac{6}{2\sqrt{130}} = -\frac{3}{\sqrt{130}}$$

Et donc : $\widehat{BOD} \approx 105,3^\circ$.