Déterminer une suite géométrique comprenant une exponentielle

1) Dans chaque cas, déterminer la raison et le premier terme de la suite géométrique dont le terme général est :

a) $u_n = e^{4n}$ b) $u_n = 2e^{-3n}$ c) $u_n = -e^{\frac{n}{3}}$ d) $u_n = e^{2n-1}$

2) a) Déterminer une expression en fonction de n de la suite géométrique de raison $\frac{1}{e}$ et de premier terme 3.

b) Donner les variations de cette suite.

Correction

On rappelle qu'une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 a pour terme général : $u_n = u_0 q^n$.

1) a) $u_n = e^{4n} = 1(e^4)^n$

(u_n) est une suite géométrique de raison e^4 et de premier terme 1.

b) $u_n = 2e^{-3n} = 2(e^{-3})^n$

(u_n) est une suite géométrique de raison e^{-3} et de premier terme 2.

c) $u_n = -e^{\frac{n}{3}} = (-1)\left(e^{\frac{1}{3}}\right)^n$

(u_n) est une suite géométrique de raison $e^{\frac{1}{3}}$ et de premier terme -1.

d) $u_n = e^{2n-1} = e^{2n}e^{-1} = e^{-1}(e^2)^n = \frac{1}{e}(e^2)^n$

(u_n) est une suite géométrique de raison e^2 et de premier terme $\frac{1}{e}$.

2) a) (u_n) est suite géométrique de raison $\frac{1}{e}$ et de premier terme 3, donc :

$u_n = 3\left(\frac{1}{e}\right)^n = 3(e^{-1})^n = 3e^{-n}$.

b) La raison de la suite est telle que $0 < \frac{1}{e} < 1$, donc la suite est décroissante.