Déterminer l'équation d'une tangente à une courbe

On considère la fonction trinôme f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 5x + 2$.
Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point de la courbe d'abscisse $x = 1$.

Correction

Une équation de la tangente au point d'abscisse 1 est de la forme :

$$y = f'(1)(x-1) + f(1)$$

• On commence par calculer le nombre dérivé en 1, $f'(1)$:

$\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$
$= \frac{(1+h)^2-5(1+h)+2-(1^2-5\times1+2)}{h}$
$= \frac{1+2h+h^2-5-5h+4}{h}$
$= \frac{-3h+h^2}{h}$
$= \frac{h(-3+h)}{h}$
$= -3 + h$

Donc : $\lim\limits_{h\to0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \lim\limits_{h\to0} -3 + h = -3 + 0 = -3$

Le nombre dérivé de f en 1 vaut -3 et on note : $f'(1) = -3$.

• On calcule $f(1)$:
$f(1) = 1^2 - 5 \times 1 + 2 = -2$

Une équation de la tangente en 1 est donc de la forme :

$y = -3(x-1) + (-2)$, soit :
$y = -3x + 3 - 2$
$y = -3x + 1$

Une équation de tangente à la courbe représentative de f au point de la courbe d'abscisse 1 est $y = -3x + 1$.