

## Appliquer les propriétés du produit scalaire

Soit  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs de normes respectives 2 et 3 et tels que :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 1.$$

Calculer : a)  $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$                       b)  $\vec{u} \cdot (\vec{u} + \vec{v})$                       c)  $-2\vec{v} \cdot (3\vec{u} - \vec{v})$

### Correction

$$\begin{aligned} \text{a) } & (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) \\ &= \vec{u}^2 - \vec{v}^2 \\ &= \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2 \\ &= 2^2 - 3^2 \\ &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & \vec{u} \cdot (\vec{u} + \vec{v}) \\ &= \vec{u} \cdot \vec{u} + \vec{u} \cdot \vec{v} \\ &= \|\vec{u}\|^2 + \vec{u} \cdot \vec{v} \\ &= 2^2 + 1 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } & -2\vec{v} \cdot (3\vec{u} - \vec{v}) \\ &= -6\vec{v} \cdot \vec{u} + 2\vec{v} \cdot \vec{v} \\ &= -6\vec{v} \cdot \vec{u} + 2\|\vec{v}\|^2 \\ &= -6\vec{u} \cdot \vec{v} + 2\|\vec{v}\|^2 \\ &= -6 \times 1 + 2 \times 3^2 \\ &= 12 \end{aligned}$$