

Calculer la somme des termes d'une suite géométrique (problème)

Un entrepreneur investit au départ 20 000 €. Puis, chaque mois, il investit un montant supplémentaire diminuée de 30 % par rapport au mois précédent.

On note u_n le montant investi au mois n . On considère alors que $u_0 = 20\,000$.

Calculer le montant total investi la première année (12 mois).

Correction

Diminuer un nombre de 30 % revient à le multiplier par $1 - 0,30 = 0,70$.

La suite (u_n) est donc définie, pour tout entier n , par : $u_0 = 20\,000$ et $u_{n+1} = 0,7u_n$.

(u_n) est donc une suite géométrique de premier terme $u_0 = 20\,000$ et de raison $q = 0,7$.

Et on a : $u_n = 20000 \times 0,7^n$.

Le montant total investi la première année est égal à :

$$\begin{aligned} & u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{11} \\ = & 20000 \times 0,7^0 + 20000 \times 0,7^1 + 20000 \times 0,7^2 + \dots + 20000 \times 0,7^{11} \\ = & 20000 \times (0,7^0 + 0,7^1 + 0,7^2 + \dots + 0,7^{11}) \\ = & 20000 \times \frac{1 - 0,7^{12}}{1 - 0,7} \\ = & 20000 \times \frac{1 - 0,7^{12}}{0,3} \\ \approx & 65744 \end{aligned}$$

Le montant total investi la première année est environ égal à 65 744 €.