

Étudier la position relative de deux courbes

Soit f et g deux fonctions définies sur $[2; +\infty[$ par : $f(x) = x^3$ et $g(x) = -5x + 18$.

Étudier la position relative des courbes représentatives C_f et C_g .

Correction

On va étudier le signe de la différence $f(x) - g(x)$:

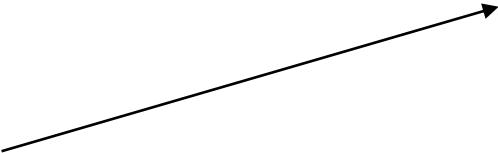
On pose : $h(x) = f(x) - g(x) = x^3 - (-5x + 18) = x^3 + 5x - 18$.

On a : $h'(x) = 3x^2 + 5$

Donc $h'(x) > 0$.

On en déduit que la fonction h est strictement croissante sur $[2; +\infty[$.

On dresse le tableau de variations :

x	2 $+\infty$
$h'(x)$	+
$h(x)$	
	0

$$h(2) = 2^3 + 5 \times 2 - 18 = 0$$

D'après le tableau de variations, on a : $h(x) \geq 0$.

Soit : $f(x) - g(x) \geq 0$ et donc $f(x) \geq g(x)$.

On en déduit que la courbe C_f est au-dessus de la courbe C_g sur l'intervalle $[2; +\infty[$.