# Étudier les variations d'une fonction rationnelle

Soit la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{x+3}{2-x}$

a) Calculer la fonction dérivée $f'$ de $f$.

b) Déterminer le signe de $f'$ en fonction de $x$.

c) Dresser le tableau de variations de $f$.

## Correction

$a)\ f(x) = \frac{x+3}{2-x} \quad = \frac{u(x)}{v(x)}$

avec $u(x) = x + 3 \rightarrow u'(x) = 1$

$v(x) = 2 - x \rightarrow v'(x) = -1$

Donc : $f'(x) = \frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{v(x)^2}$

$$= \frac{1\times(2-x)-(x+3)\times(-1)}{(2-x)^2}$$

$$= \frac{2-x+x+3}{(2-x)^2}$$

$$= \frac{5}{(2-x)^2}$$

b) <u>Étude du signe de la dérivée :</u>

$(2-x)^2$ est un carré donc toujours positif.

Donc $f'(x) > 0$.

c) On dresse alors le tableau de variations :

| $x$ | $-\infty$ | $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | ‖ | $+$ |
| $f(x)$ | ↗ | ‖ | ↗ |

La double-barre dans le tableau signifie que la fonction n'est pas définie pour $x = 2$.