

Étudier les variations d'une fonction rationnelle

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{x+3}{2-x}$

- Calculer la fonction dérivée f' de f .
- Déterminer le signe de f' en fonction de x .
- Dresser le tableau de variations de f .

Correction

$$a) f(x) = \frac{x+3}{2-x} = \frac{u(x)}{v(x)}$$

$$\text{avec } u(x) = x + 3 \rightarrow u'(x) = 1$$

$$v(x) = 2 - x \rightarrow v'(x) = -1$$


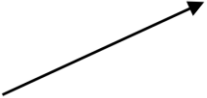
$$\begin{aligned} \text{Donc : } f'(x) &= \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2} \\ &= \frac{1 \times (2-x) - (x+3) \times (-1)}{(2-x)^2} \\ &= \frac{2-x+x+3}{(2-x)^2} \\ &= \frac{5}{(2-x)^2} \end{aligned}$$

b) Étude du signe de la dérivée :

$(2-x)^2$ est un carré donc toujours positif.

Donc $f'(x) > 0$.

c) On dresse alors le tableau de variations :

| | | | |
|---------|---|-----|--|
| x | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | + | | + |
| $f(x)$ |  | |  |



La double-barre dans le tableau signifie que la fonction n'est pas définie pour $x = 2$.