

Étudier la position de deux courbes

Soit f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} par : $f(x) = -x^2 + 8x - 11$ et $g(x) = x - 1$.

Étudier la position relative des courbes représentatives C_f et C_g .

Correction

On va étudier le signe de la différence $f(x) - g(x)$:

$$f(x) - g(x) = -x^2 + 8x - 11 - x + 1 = -x^2 + 7x - 10.$$

Le discriminant du trinôme $-x^2 + 7x - 10$ est $\Delta = 7^2 - 4 \times (-1) \times (-10) = 9$

Le trinôme possède deux racines distinctes :

$$x_1 = \frac{-7 - \sqrt{9}}{2 \times (-1)} = 5 \text{ et } x_2 = \frac{-7 + \sqrt{9}}{2 \times (-1)} = 2$$

On dresse le tableau de signes du trinôme $-x^2 + 7x - 10$:

x	$-\infty$	2	5	$+\infty$	
$f(x) - g(x)$	$-$	\emptyset	$+$	\emptyset	$-$

On conclut :

- $f(x) - g(x) \leq 0$, soit $f(x) \leq g(x)$ pour tout x de $]-\infty; 2] \cup [5; +\infty[$.

La courbe C_f est donc en-dessous de la courbe C_g pour tout x de $]-\infty; 2] \cup [5; +\infty[$.

- De même, la courbe C_f est au-dessus de la courbe C_g pour tout x de $[2; 5]$.

