

MULTIPLES, DIVISEURS, NOMBRES PREMIERS

I- Multiples et diviseurs

Définition : Soit a et b deux entiers naturels.

On dit que a est un multiple de b s'il existe un entier k tel que $a = kb$.

Remarque : On dit alors que b est un diviseur de a .

Exemple :

15 est un multiple de 3, car $15 = k \times 3$ avec $k = 5$.

Propriété : La somme de deux multiples d'un entier a est un multiple de a .

Exemple :

700 et 21 sont des multiples de 7 donc :

$721 = 700 + 21$ est un multiple de 7.

II- Nombres pairs, nombres impairs

Définition : Un nombre pair est un multiple de 2.

Un nombre impair est un nombre qui n'est pas pair.

Exemples :

- 34 est pair, car c'est un multiple de 2, on a $34 = 17 \times 2$
- 57 est impaire car il n'existe pas d'entier k tel que $57 = k \times 2$.

Propriétés : Un nombre pair s'écrit sous la forme $2k$, avec k entier.

Un nombre impair s'écrit sous la forme $2k + 1$, avec k entier.

Exemples :

- $34 = 2 \times k$, avec $k = 17$.
- $57 = 2 \times k + 1$, avec $k = 28$.

Propriétés :

Écrit de façon abrégée, on a :

PAIR + PAIR → PAIR

PAIR + IMPAIR → IMPAIR

IMPAIR + IMPAIR → PAIR

PAIR x NOMBRE → PAIR

IMPAIR x IMPAIR → IMPAIR

Propriété : Le carré d'un nombre impair est impair.

III- Nombres premiers (Rappels)

Définition : Un nombre est premier s'il possède exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.

Exemples :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ... Cette liste est infinie.

Remarque :

Le nombre 1 n'est pas premier car il n'a qu'un seul diviseur.

Propriété : Tout nombre non premier peut se décomposer en produit de facteurs premiers. L'ordre des facteurs n'a pas d'importance.

Exemple :

$$300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

Définition : On dit qu'une fraction est irréductible, lorsque son numérateur et son dénominateur n'ont pas de diviseur commun autre que 1.