

FRACTIONS, PUISSANCES, RACINES CARRÉES

I- Fractions

1. Calcul avec les fractions (Rappels)

Propriétés :

$$\frac{a}{D} + \frac{b}{D} = \frac{a+b}{D} \quad \frac{a}{D} - \frac{b}{D} = \frac{a-b}{D} \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

2. Réduire des expressions au même dénominateur

Propriété :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{db} = \frac{ad+cb}{bd}$$

II- Puissances

1. Rappels

$$a^4 = a \times a \times a \times a$$

De façon générale :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$$

n fois

Exemples :

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2$$

$$11^5 = 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11$$

a est un nombre non nul et
 n est un entier non nul.

$$a^1 = a$$
$$a^0 = 1$$
$$0^n = 0$$
$$1^n = 1$$

Exemples :

$$15^1 = 15$$

$$103^0 = 1$$

$$0^4 = 0$$

$$1^{12} = 1$$

2. Attention aux signes !

- Ne pas confondre : $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$
 - et : $-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$

Exercice :

Calculer de même en appliquant la règle des signes :

$$(-5)^2 ; -1^2 ; (-1)^2 ; -3^3 ; (-2)^2 ; -7^2 ; (-9)^0 ; -9^0$$

Réponses : 25 ; -1 ; 1 ; -27 ; 4 ; -49 ; 1 ; -1

3. Opérations sur les puissances

Avec n et p entiers relatifs :

$a^n \times a^p = a^{n+p}$	$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$	$(a^n)^p = a^{n \times p}$	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$
----------------------------	-----------------------------	----------------------------	-----------------------------------

$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
------------------------	--------------------------

III- Racines carrées

1. Définition

Exemples :

- $3^2 = 9$ donc $\sqrt{9} = 3$
- $2,6^2 = 6,76$ donc $\sqrt{6,76} = 2,6$
- $\sqrt{2} \approx 1,4142$
- $\sqrt{3} \approx 1,732$

$\sqrt{2}$ et $\sqrt{3}$ s'écrivent avec un nombre infini de décimales, on les appelle des nombres irrationnels.

Définition :

La racine carrée de a est le nombre (toujours positif) dont le carré est a .

Racines de carrés parfaits :

$\sqrt{0} = 0$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{121} = 11$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{144} =$ 12
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{169} = 13$
$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{81} = 9$	

Remarque : $\sqrt{-5} = ?$

La racine carrée de -5 est le nombre dont le carré est -5 !

Un nombre au carré est toujours positif (règle des signes), donc la racine carrée d'un nombre négatif est impossible.

$\sqrt{-5}$ n'existe pas !

2. Propriétés sur les racines carrées

Propriétés : a et b sont des nombres positifs.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0) \quad (\sqrt{a})^2 = a$$
$$\sqrt{a^2} = a$$

⚠ De façon générale : $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$ et $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a-b}$