# NOMBRES RÉELS

## I- Nombres entiers

### 1. Nombres entiers naturels

Définition : Un **nombre entier naturel** est un nombre entier qui est positif.
L'ensemble des **nombres entiers naturels** est noté $\mathbb{N}$.
$\mathbb{N} = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\,;\dots\}$.

Exemples :
$4 \in \mathbb{N}$ ($4$ appartient à l'ensemble des entiers naturels)
$-2 \notin \mathbb{N}$ ($-2$ n'appartient pas à l'ensemble des entiers naturels)

### 2. Nombres entiers relatifs

Définition : Un **nombre entier relatif** est un nombre entier qui est positif ou négatif.
L'ensemble des **nombres entiers relatifs** est noté $\mathbb{Z}$.
$\mathbb{Z} = \{\dots;-3\,;\,-2\,;\,-1\,;\,0\,;1\,;2\,;3\,;\dots\}$.

Exemples : $-2 \in \mathbb{Z}$ $\quad 5 \in \mathbb{Z}$ $\quad 0{,}33 \notin \mathbb{Z}$

# II- Nombres décimaux, nombres rationnels

## 1. Nombres décimaux

Définition : Un **nombre décimal** est un nombre qui s'écrit avec un nombre fini de chiffres après la virgule.
L'ensemble des **nombres décimaux** est noté $\mathbb{D}$.

Exemples : $0{,}56 \in \mathbb{D}$  $3 \in \mathbb{D}$

$\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$ car $\frac{1}{3} \approx 0{,}3333\ldots$  $\frac{3}{4} \in \mathbb{D}$ car $\frac{3}{4} = 0{,}75$

Remarque :
Un nombre décimal peut toujours s'écrire sous la forme de la fraction d'un entier et d'une puissance de 10.
Par exemple : $2{,}36 = \frac{236}{100} = \frac{236}{10^2}$

## 2. Nombres rationnels

Définition : Un **nombre rationnel** est une fraction (*).
L'ensemble des **nombres rationnels** est noté $\mathbb{Q}$.

(*) Une fraction s'écrit sous la forme d'un quotient $\frac{a}{b}$ avec *a* un entier et *b* un entier non nul.

Exemples : $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$  $4 \in \mathbb{Q}$  $-4{,}8 \in \mathbb{Q}$  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

## III- Notion de nombres réels

### 1. Nombres irrationnels

**Définition :** Un **nombre irrationnel** est un nombre qui ne peut pas s'écrire à l'aide d'une fraction.

Exemples :
$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ou encore $\pi$ sont des nombres irrationnels.
Ils ne peuvent pas s'écrire sous la forme d'une fraction.

Remarque :
Il n'est pas possible d'écrire un nombre irrationnel sous forme décimale. Les décimales qui le constituent sont en nombre infini et se suivent sans suite logique.

### 2. Nombres réels

**Définition :** Un nombre réel est un nombre rationnel ou irrationnel.
L'ensemble des **nombres réels** est noté $\mathbb{R}$.

Exemples :
$2$, $-5$, $0.67$, $\frac{1}{3}$, $\sqrt{3}$ ou $\pi$ appartiennent à $\mathbb{R}$.

Remarques :
- Un nombre est réel s'il est l'abscisse d'un point d'une droite graduée appelée la **droite numérique**.
- $\mathbb{R}$ est l'ensemble de tous les nombres que nous utilisons en classe de seconde.

## IV- Classification des nombres

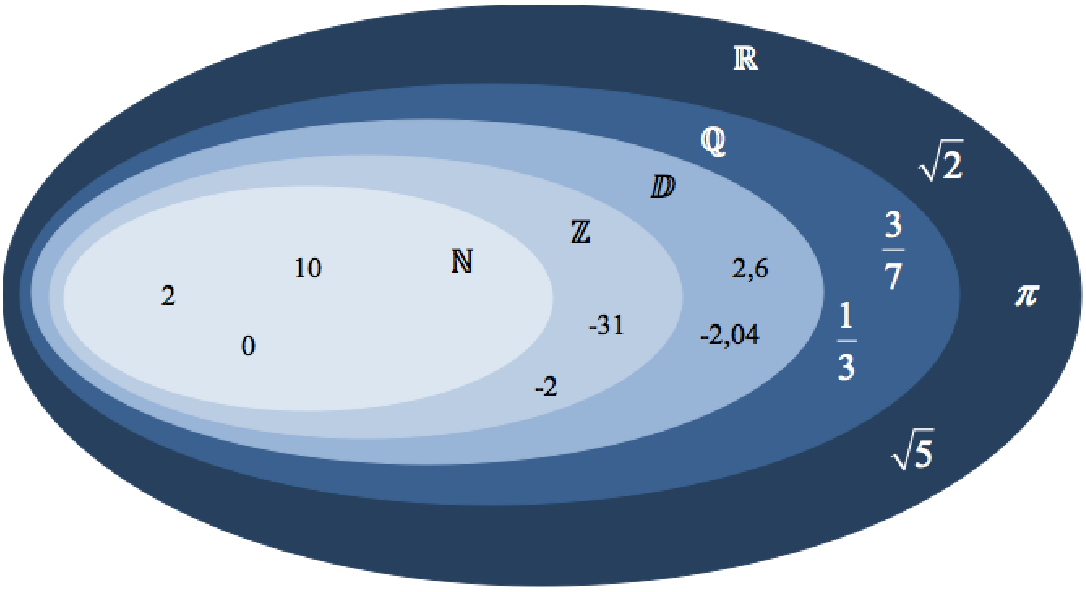
Si un nombre appartient à $\mathbb{N}$, alors il appartient à $\mathbb{Z}$.

Par exemple : $5 \in \mathbb{N}$ donc $5 \in \mathbb{Z}$.

On dit que l'ensemble $\mathbb{N}$ est inclus dans l'ensemble $\mathbb{Z}$. On note : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

On a également les inclusions suivantes :

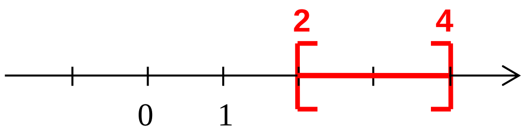
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



# V- Intervalles de $\mathbb{R}$

## 1. Notations

L'ensemble de tous les nombres réels $x$ tels que $2 \leq x \leq 4$ peut se représenter sur une droite graduée.




Cet ensemble est appelé un intervalle et se note : $[2\,;4]$

Exemple :

L'ensemble de tous les nombres réels $x$ tels que $-2 \leq x \leq 7$ se note : $[-2\,;\,7]$.

On a par exemple :

$4 \in [-2\,;\,7]$
$-1 \in [-2\,;\,7]$
$8 \notin [-2\,;\,7]$

## 2. Intervalle ouvert et intervalle fermé

Définitions :

On dit qu'un intervalle est **fermé** si ses extrémités appartiennent à l'intervalle.

On dit qu'il est **ouvert** dans le cas contraire.

Exemples :

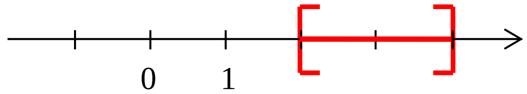
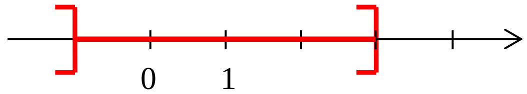
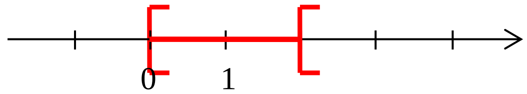
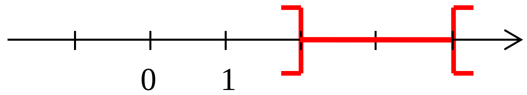
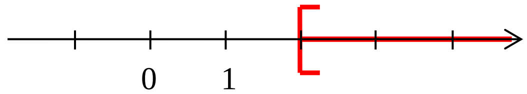
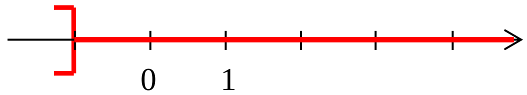
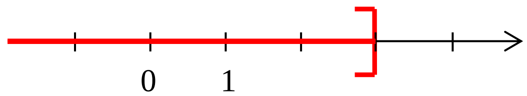
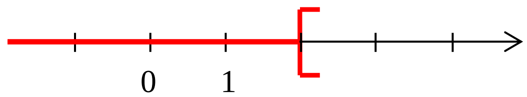
- L'intervalle $[-2\,;\,5]$ est un intervalle fermé.

On a : $-2 \in [-2\,;\,5]$ et $5 \in [-2\,;\,5]$

- L'intervalle $]2\,;\,6[$ est un intervalle ouvert.

On a : $2 \notin ]2\,;\,6[$ et $6 \notin ]2\,;\,6[$

- L'intervalle $]6\,;\,+\infty[$ est également un intervalle ouvert.

| Nombres réels $x$ | Notation | Représentation |
|---|---|---|
| $2 \leq x \leq 4$ | $[2\,;\,4]$ |  |
| $-1 < x \leq 3$ | $]-1\,;\,3]$ |  |
| $0 \leq x < 2$ | $[0\,;\,2[$ |  |
| $2 < x < 4$ | $]2\,;\,4[$ |  |
| $x \geq 2$ | $[2\,;\,+\infty[$<br>$\infty$ désigne l'infini |  |
| $x > -1$ | $]-1\,;\,+\infty[$ |  |
| $x \leq 3$ | $]-\infty\,;\,3]$ |  |
| $x < 2$ | $]-\infty\,;\,2[$ |  |

<u>Remarque :</u>

L'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ est un intervalle qui peut se noter $]-\infty\,;\,+\infty[$.

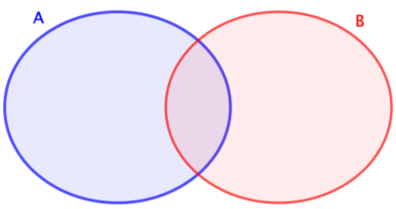
## 3. Application aux inéquations

Une inéquation est une inégalité qui contient une inconnue $x$.
Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs de $x$ qui vérifient cette inégalité.
Il s'agit d'un ensemble de valeurs. Pour définir l'ensemble des solutions, on utilise les intervalles.
Les techniques de résolution des inéquations sont semblables à celles utilisées pour les équations.

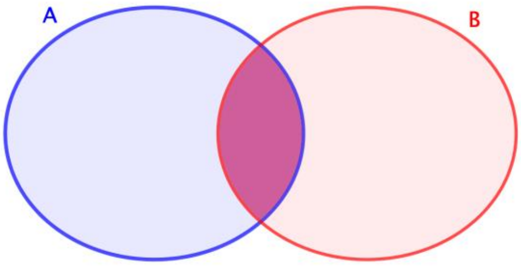
## 4. Intersections et réunions d'intervalles :

Définitions :

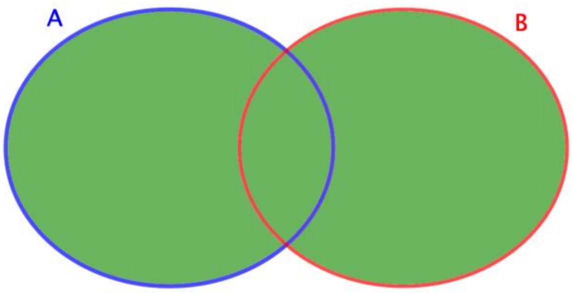
- **L'intersection** de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **et** à B et se note A∩B.
- **La réunion** de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **ou** à B et se note A∪B.




$A \cap B$




$A \cup B$




Exemple :

Soit les ensembles $A = \{1\,;2\}$ et $B = \{1\,;3\,;4\}$.
Alors $A \cap B = \{1\}$ et $A \cup B = \{1\,;2\,;3\,;4\}$

# VI- Valeur absolue d'un réel

Exemples :

- La valeur absolue de $-5$ est égale à $5$ et on note $|-5| = 5$.
- La valeur absolue de $5$ est égale à $5$ et on note $|5| = 5$.
- $|11 - 13| = 2$
- $|13 - 11| = 2$

Remarque : La valeur absolue d'un nombre, c'est le nombre sans son signe.

Propriété : Soit A et B deux points d'abscisses respectives $a$ et $b$ sur une droite graduée.
La distance entre les points A et B est le nombre $|a - b|$.

Exemple :

La distance entre les nombres $1{,}5$ et $4$ est :
$|1{,}5 - 4| = |-2{,}5| = 2{,}5$