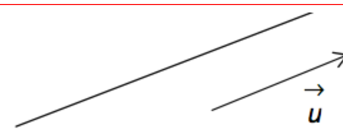
DROITES DU PLAN

I- Vecteur directeur et équation cartésienne d’une droite

1. Vecteur directeur

Définition :



d est une droite du plan.

On appelle **vecteur directeur** de d tout vecteur non nul $\vec{u}$ qui possède la même direction que la droite d.

2. Équation cartésienne d'une droite

Définition :

Toute droite admet une équation de la forme $ax + by + c = 0$, avec $(a\,;b) \neq (0\,;0)$.

Cette équation est appelée **équation cartésienne** de la droite.

Propriété : Le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation cartésienne

$ax + by + c = 0$.

Exemple : Un vecteur directeur de la droite d'équation cartésienne $4x - 5y - 1 = 0$ est le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$.

En effet, $a = 4$ et $b = -5$ donc $\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$.

3. Position relative de deux droites

Propriété :

Dire que deux droites sont parallèles équivaut à dire qu'elles ont des vecteurs directeurs colinéaires.

II- Équation réduite et pente d'une droite

1. Équation réduite

Exemple : Soit d dont une droite d'**équation cartésienne** $4x + y - 6 = 0$.

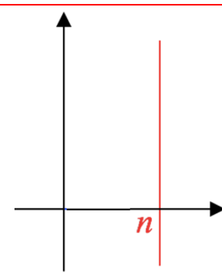
On a alors : $\quad 4x + y = 6$

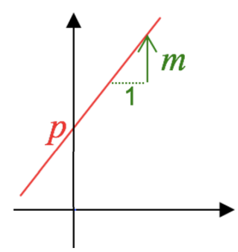
$$y = -4x + 6$$

Cette équation est appelée l'**équation réduite** de la droite d.

Propriété :

Soit une droite d.





- Si d est parallèle à l'axe des ordonnées :

alors l'équation de d est de la forme $x = n$.

- Si d n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées :

alors l'équation de d est de la forme $y = mx + p$.

Cette équation est appelée **équation réduite** de la droite d.

Exemples :

- L'équation $y = -4x + 6$ est l'équation réduite d'une droite avec :
  $m = -4$ et $p = 6$.
- L'équation $x = 5$ est l'équation d'une droite parallèle à l'axe des ordonnées avec :
  $n = 5$.

Vocabulaire : - m est appelé la **pente** ou le **coefficient directeur** de la droite d.

- p est appelé l'**ordonnée à l'origine** de la droite d.

Remarque : Dans l'équation réduite, on retrouve l'expression d'une fonction affine.

Exercice :

Donner la pente (coefficient directeur) et l'ordonnée à l'origine de chacune des droites d'équations : a) $y = -2x + 3$ b) $y = 5$
c) $4x + 2y = 1$

Réponses

a) Pente : -2

Ordonnée à l'origine : 3

b) Pente : 0

Ordonnée à l'origine : 5

c) L'équation peut s'écrire sous sa forme réduite : $y = -2x + \frac{1}{2}$

Pente : -2

Ordonnée à l'origine : $\frac{1}{2}$

2. Pente d'une droite

Propriété : Si $A\binom{x_A}{y_A}$ et $B\binom{x_B}{y_B}$ sont deux points distincts d'une droite tel que $x_A \neq x_B$ alors la droite a pour pente (ou coefficient directeur) $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

3. Position relative de deux droites

Propriété : Soient deux droites d'équations réduites $y = mx + p$ et $y = m'x + p'$.

Dire que les droites sont parallèles revient à dire que leurs pentes sont égales $(m = m')$.

Remarque : Lorsque les pentes sont différentes, les droites sont sécantes.

Exemple : Les droites d_1 et d_2 d'équations respectives $y = 3x + 4$ et $y = 3x + 9$ sont parallèles car elles ont la même pente égale à 3.

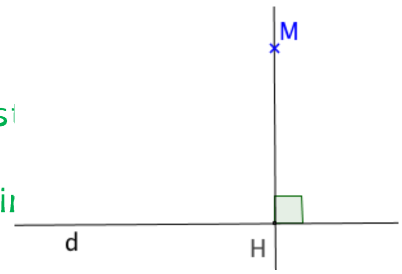
III- Projeté orthogonal d’un point sur une droite

Définition : Soit une droite d et un point M.

Le **projeté orthogonal** du point M sur la droite d est

d'intersection H de la droite d avec la perpendiculair

passant par M.



Propriété : Le projeté orthogonal du point M sur la droite d est le point de la droite d le plus proche du point M.

SYSTÈMES D'ÉQUATIONS ET DROITES

Exemple d'introduction :

Soit deux équations à deux inconnues x et y :

$$2x - y = 0 \quad \text{et} \quad 3x - 4y = -5.$$

Elles forment ce qu'on appelle un **système** de deux équations à deux inconnues.

Et on note : $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3x - 4y = -5 \end{cases}$

Un couple de nombres qui vérifie les deux équations est appelé solution du système.

Ici, le coupe (**1** ; 2) est solution. En effet :

$$\begin{cases} 2 \times 1 - 2 = 0 \\ 3 \times 1 - 4 \times 2 = -5 \end{cases}$$

Dans ce chapitre, on verra deux méthodes permettant de résoudre de tels système