

Résoudre un problème avec des nombres pairs ou impairs

Montrer que le produit de deux entiers consécutifs est un nombre pair.

Correction

Soit deux entiers consécutifs n et $n + 1$.

- Si n est pair, alors il s'écrit sous la forme $n = 2k$, avec k entier.

Alors le produit des deux entiers consécutifs s'écrit :

$$n(n + 1) = 2k(2k + 1) = 2k_1, \text{ avec } k_1 = k(2k + 1) \text{ entier.}$$

Donc $n(n + 1)$ est pair.

- Si n est impair, alors il s'écrit sous la forme $n = 2k + 1$, avec k entier.

Alors le produit des deux entiers consécutifs s'écrit :

$$n(n + 1) = (2k + 1)(2k + 2) = 2(2k + 1)(k + 1) = 2k_2, \text{ avec } k_2 = (2k + 1)(k + 1) \text{ entier.}$$

Donc $n(n + 1)$ est pair.

Dans tous les cas, le produit de deux entiers consécutifs est un nombre pair.