

## Déterminer une équation cartésienne de droite à partir d'un point et d'un vecteur directeur

- a) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $d$  passant par le point  $A \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  et de vecteur directeur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ .
- b) Déterminer une équation cartésienne de la droite  $d'$  passant par les points  $B \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $C \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ .

### Correction

a)  $d$  admet une équation cartésienne de la forme  $ax + by + c = 0$ .

- Comme  $\vec{u} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$  est un vecteur directeur de  $d$ , on a :  $\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$

Soit  $a = 5$  et  $b = 1$ .

Une équation de  $d$  est donc de la forme  $5x + 1y + c = 0$ .

- Pour déterminer  $c$ , il suffit de substituer les coordonnées  $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  de  $A$  dans l'équation :

$$5 \times 3 + 1 \times 1 + c = 0$$

$$15 + 1 + c = 0$$

$$16 + c = 0$$

$$c = -16$$

Une équation de  $d$  est donc  $5x + 1y - 16 = 0$ .

Remarque : Une autre méthode consiste à utiliser le déterminant :

b) •  $B$  et  $C$  appartiennent à  $d'$  donc  $\overrightarrow{BC}$  est un vecteur directeur de  $d'$ .

On a :  $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 1-5 \\ -3-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ . Donc  $a = -6$  et  $b = 4$ .

Une équation cartésienne de  $d'$  est de la forme :  $-6x + 4y + c = 0$ .

•  $B \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$  appartient à  $d'$  donc :  $-6 \times 5 + 4 \times 3 + c = 0$  donc  $c = 18$ .

Une équation cartésienne de  $d'$  est :  $-6x + 4y + 18 = 0$  ou encore  $-3x + 2y + 9 = 0$ .